

ఒకటి,  
రెండు,  
మూడు,  
...  
అనంతం!

వేమూరి వేంకటేశ్వరరావు

## విషయ సూచిక

తొలిపలుకు .....	4
1. అంకెలు, సంఖ్యలు: ఒకటి .....	6
2. అంకెలు, సంఖ్యలు: రెండు .....	11
3. అంకెలు-సంఖ్యలు: మూడు .....	18
4. అంకెలు, సంఖ్యలు: నాలుగు .....	24
5. అంకెలు, సంఖ్యలు: అయిదు .....	31
6. అంకెలు, సంఖ్యలు: ఆరు .....	38
7. అంకెలు, సంఖ్యలు: ఏడు .....	41
8. అంకెలు, సంఖ్యలు: ఎనిమిది .....	44
9. అంకెలు, సంఖ్యలు: తొమ్మిది .....	46
10. అంకెలు, సంఖ్యలు: 10 నుండి 99 దాకా .....	51
11. అంకెలు, సంఖ్యలు: 100 నుండి గూగోప్లెక్స్ దాకా .....	55
12. అంకెలు, సంఖ్యలు: రాసే పద్ధతులు .....	59
13. భారతీయ లెక్కింపు పద్ధతి.....	63
14. అంతర్జాతీయ లెక్కింపు పద్ధతి.....	68
15. పెద్ద పెద్ద సంఖ్యల అవసరం.....	72
16. సంఖ్యలలో రకాలు: సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణ సంఖ్యలు .....	77
17. సంఖ్యలలో రకాలు: నిష్ప, అనిష్ప, లోకోత్తర సంఖ్యలు .....	82
18. జంట సంఖ్యలు (Complex Numbers) .....	88
19. అనంతాలు (Infinites).....	93

20. ప్రధాన సంఖ్యలు (Primes).....	97
21. అంకెలు, సంఖ్యలు: అర్థగర్భితమైన శ్లోకాలు .....	103
22. అంకెలు, సంఖ్యలు అతని సంగడికాళ్ళు .....	108
23. మీకు తెలుసా?.....	112
వేమూరి వేంకటేశ్వరరావు తెలుగు పుస్తకాలు .....	114
వేమూరి వేంకటేశ్వరరావు జీవిత సంగ్రహం .....	115

## 1. అంకెలు, సంఖ్యలు: ఒకటి

అంకెల గురించీ, సంఖ్యల గురించీ చెప్పటం మొదలెట్టేనంటే కాసీ మజిలీ కథలలా ఒకంతట తెమలవు. ముందు 'ఒకటి' తో మొదలు పెడతాను.

'ఒక' నే కొందరు 'వక' అనీ, మరికొందరు 'వొక' అనీ రాస్తారు. కాని 'ఒక' ఒక్కటే ఒప్పు; మిగిలిన రెండు ప్రయోగాలు తప్పు – అని నాదొక అభిప్రాయం. మరొక అభిప్రాయానికి మరొకరిని సంప్రదించండి.

'ఒక' అన్నా 'ఒంటి' అన్నా ఒక్కటే. 'ఒంటె' అంటే మాత్రం లొటిపిట అనే జంతు విశేషం.

మగవాడిని ఉద్దేశించి, 'ఒంటరి' అంటే ఎవ్వరితోటీ సాంగత్యం లేకుండా ఉన్న వాడనో, పెళ్ళికాని వాడనో, నాతి గల బ్రహ్మచారి అనో అర్థాలు స్ఫురిస్తాయి కాని నిఘంటువు ప్రకారం ఒంటి + అరి = ఒంటరి, అనగా అసహాయుడైన బంటు. సైన్యంలో పదాతులని (బంటులని) కూడ 'ఒంటరులు' అనే ఒకప్పుడు అనేవారు. సైనిక దళంలో ఉన్నవాళ్ళు ఒంటరి వాళ్ళు ఎలా అవుతారు? అసహాయులు ఎలా అవుతారు?

ఒంటి బ్రాహ్మణుడు ఎదురు రావటం మంచి శకునం కాదంటారు.

అర గంట కాని వేళలో గోడ గడియారం ఒకే ఒక గంట కొడితే అప్పుడు ఒంటిగంట అయినట్లు లెక్క.

'ఒకే ఒక' అని నొక్కి వక్కాణించవలసి వస్తే 'ఒక్క' అని 'క' ని నొక్కి పలికితే సరిపోతుంది. లేక 'ఒక్కగానొక్క' అని అనొచ్చు.

‘ఒకానొక’ అంటే ‘ఏదో ఒక’ అనే అర్థం స్ఫురిస్తుంది. ‘ఒకప్పుడు’ అంటే ‘ఒక వేళ, ఒక నాడు’ మొదలైన అర్థాలు చెప్పుకోవచ్చు. కాని ‘ఒక వేళ’ అన్నప్పుడు ‘అయితే, గియితే’ అనే అర్థం కూడ వస్తుంది.

‘ఒండు’ అంటే కన్నడం లోనే కాదు, తెలుగులో కూడ ‘ఒకటే’. నా మాట మీద నమ్మకం లేకపోతే ‘ఒండొరులు’ అనే ప్రయోగం చూడండి.

జీవితాంతం ఒకే భార్యతో ఉంటే వాళ్ళు ‘ఏకపత్నీ వ్రతులు.’

ఒకే కడుపున పుట్టిన వారు ఏకోదరులు. ఒకే ఒక అంకం ఉన్న నాటికని ‘ఏకాంకిక’ అంటారు. ఒకే భూమి మీద ఎల్లప్పుడు ఒకే రకం పంటని సాగు చేస్తే దానిని ఏకసాయం (‘మోనోకల్చర్’) అంటారు. పంటలని మార్చుతూ రకరకాల పంటలని పండించే వ్యవసాయాన్ని బహుసాయం అనొచ్చు.

‘ఏక’ సంస్కృతం అయినప్పటికీ, తెలుగులో ‘ఒక’ మాటల కంటే ‘ఏక’ మాటలే ఎక్కువ.

బ్రహ్మ స్వరూపాన్ని ఒకే ఒక అక్షరంతో వర్ణించాలంటే ఏకాక్షరమైన ‘ఓం’ ని వాడాలి – ‘ఓమిత్యేకాక్షరం బ్రహ్మ’ అన్నది ఉపనిషద్వాక్యం.

‘ఏక మతిత్వం’ అన్న మాటలే ‘ఐకమత్యం’ గా మారేయి. ఏకీభావమే ఐక్యం. ఆంధ్రులలో ఏకమతిత్వం తక్కువ కనుక, ఆంధ్రులు భారతదేశానికి దేవుడు ఇచ్చిన బహుమతులు.

‘ఏక’ తోక దగ్గర వచ్చే పదాలకి ‘ప్రత్యేక, తదేక’ అనేవి రెండు ఉదాహరణలు.

‘ఏకాంతం’ అంటే కోరుకుని, కావాలని ఒంటరిగా ఉండటం. ‘ఒంటరితనం’ అంటే తన అభీష్టానికి వ్యతిరేకంగా ఏకాంతంగా ఉండటం.

## 4. అంకెలు, సంఖ్యలు: నాలుగు

రెండు పాదాలున్న తెలుగు పద్యాన్ని ద్విపద అన్నట్లే నాలుగు పాదాలున్న పద్యాన్ని చతుష్పద అనో చతుష్పాది అనో అనొచ్చు. చతుష్పాది అంటే జంతువనే అర్థమే సర్వసాధారణంగా నలుగురికీ స్ఫురిస్తుంది కనుక ఆ మాట ఇక్కడ నప్పదు. ఇక్కడ 'నలుగురికీ' అన్న ప్రయోగం, 'నలుగురితో చెప్పి మరీ చెయ్యి,' 'నాలుగు మూలలా వెతుకు,' 'నాలుగు చివాట్లు వేసి రా," మొదలైన ప్రయోగాలు అజహర్లక్షణం అనే అలంకారానికి ఉదాహరణలు. ఇక్కడ 'నలుగురూ' అంటే 'పది మంది' – లేదా చాల మంది – అని అర్థం. పులి మీద పుట్రలా ఒక అజహర్లక్షణాన్ని వివరించటానికి మరొక అజహర్లక్షణం వాడవలసి వచ్చింది – గమనించేరో, లేదో!

జపానీ భాషలో నాలుగుకి ఒక ప్రత్యేకత ఉంది. జపాను భాషలో 'చీ' అంటే 'నాలుగు' అని ఒక అర్థం, 'రక్తం' అని మరొక అర్థం. అందుకని నాలుగు వారికి అశుభం. మనం ఏడుని ఆరున్నొక్కటి అన్నట్లే వారు నాలుగుని మూడున్నొక్కటి అంటారో అనరో కనుక్కోవాలి.

చింతపిక్కలాటలో నాలుగుని 'పుంజీ' అంటారు. ఇది 'పుంజము' కి భ్రష్ట రూపం. పుంజం అంటే పోగు; చెవి పోగు కాదు, ఇక్కడ 'పోగు' అంటే రాశి. నక్షత్రాల పోగుని కూడ రాశి అనే అంటాం.

నా చిన్నతనంలో నాలుగు కాసులని 'అణా' అనే వాళ్ళం. ఇప్పుడు అణాలు చెల్లక పోవటమే కాకుండా 'పదహారణాల ఆంధ్రుడు' అన్న జాతీయం కూడ చెలామణిలో లేకుండా పోయింది.

సంస్కృతంలో 'చౌ' అంటే నాలుగు. నాలుగు ముత్యాలతో చేసిన జుకాలని చౌకట్లు అంటారు. పలకలు, పటాలు, కిటికీలు, మొదలైన వాటికి నాలుగు పక్కలా ఉండే బంధు ('ఫ్రేము') ని కూడా చౌకట్లు అనే అంటారు.

గుర్రం నాలుగు కాళ్ళనీ పైకి ఎత్తి అవరోధాన్ని దాటే విధానమే చౌకళించటం.

నాలుగు స్థంబాలతో కట్టి అన్ని వైపులా తెరచి ఉన్న కట్టడం చౌకం. ఇదే చౌకు లేదా చౌకీ అయింది. మరీ 'బూతులు' వాడటం ఇష్టం లేని వాళ్ళు ఇంగ్లీషులో 'బూత్' ని 'చౌకు' అని కానీ చౌకీ అని కానీ తెలిగించవచ్చు. అప్పుడు 'టోల్ బూత్' ఆసీల చౌకు అవుతుంది. మా ఉళ్ళో అయితే "ఆసీల పాక" అనేవాళ్ళం!

నాలుగు రకాల తినుభండారాలని కలపగా వచ్చిన 'మిక్చర్' ని చౌచౌ అని కూడ అంటారు.

చవితీ అనే మాట చౌతి కి రూపాంతరం. చౌషి 64, చౌసీతి 84.

చౌదరి లో 'చౌ' అంటే అర్థం ఏమిటో?

నాలుగు దంతాలు ఉన్న ఇంద్రుడి ఏనుగు చౌదంతి. దీనినే చతుర్దంతి అని కూడ అంటారు. 'చౌ' కంటే 'చతుర్' బాగా వాడుకలో ఉంది.

చతుర్ముఖుడు చతుర్వేదములకి కర్త అని నలుగురూ నమ్మే విషయమే.

ధర్మ, అర్థ, కామ, మోక్షాలు చతుర్విధ పురుషార్థాలు. సాలోక్య, సామీప్య, సారూప్య, సాయుజ్యాలు చతుర్విధ ముక్తులు.

సనాతన ధర్మంలో నాలుగు చాల చోట్ల కనిపిస్తుంది. 'చాతుర్వర్ణ్యం మయా సృష్టం' అన్నాడు. చతురాశ్రమములు అంటే బ్రహ్మచర్యం, గార్హస్థ్యం, వానప్రస్థం, సన్యాసం. ఈ నాలుగు వర్ణాలనీ, నాలుగు ఆశ్రమాలనీ కలిపి వర్ణాశ్రమ ధర్మం అన్నారు.

మళ్ళీ ఈ నాలుగు ఆశ్రమాలు ఒకొక్కటి నాలుగేసి రకాలు. ఉదాహరణకి బ్రహ్మచారులలో నాలుగు రకాలు: గాయత్రీ, ప్రాజాపత్య, వైదిక, నైషిగ. ఇలాగే సన్యాసులలో నాలుగు రకాలు: కుటీచకుడు, బహూదకుడు, హంసకుడు, పరమహంస.

## 9. అంకెలు, సంఖ్యలు: తొమ్మిది

“తొన్ను” ని “పది” తో సంధించగా “తొమ్మిది” వచ్చిందని అనుకుంటే ఈ మాట యొక్క వాచ్యార్థం “పది కంటే ఒకటి తక్కువ.” ఇక్కడ ఏ రకం సంధి కార్యం జరిగిందో నాకు తెలియదు కాని ఈ రకం ప్రయోగం – అనగా “పది కంటే ఒకటి తక్కువ,” “ఇరవై కంటే ఒకటి తక్కువ”, వగైరా – ఇతర భాషలలో కూడ కనిపిస్తుంది. ఒక భాష నుండి మరొక భాషలోకి ఇది ఎలా వ్యాపించిందో పరిశోధన చేసి చూడాలి.

తొమ్మిదిని సంస్కృతంలో “నవ” అంటారు. కాని తెలుగులో “నవ” అన్న మాటని మూడర్థాలులో వాడతారు: కొత్త, తొమ్మిది, దురద. ఈ మూడర్థాలతోటి ఏ విధమైన సంబంధమూ లేని “నవ” మాటలు కూడ ఉన్నాయి. ఉదాహరణకి మెట్రిక్ పద్ధతి అమలు లోకి రాడానికి పూర్వం కృష్ణా జిల్లాలో వాడుకలో ఉండే “నవటాకు” అంటే సేరులో ఎనిమిదో వంతు, తొమ్మిదో వంతు కాదు. పైపెచ్చు ఒక “నవటాకు” = 10 తులాలు. .

ఇదే విధంగా “నవరసు” అన్న మాటలో “నవ” నేతిబీరకాయలో నెయ్యి లాంటిది. “నవరసు” అనే మాట “సావరిన్” (sovereign) అనే ఇంగ్లీషు మాటకి బ్రష్టరూపం. తెలుగులో ఈ మాటని కేవలం బంగారపు నాణేలని ఉద్దేశించి మాత్రం వాడేవారు. ఇదే విధంగా నవారు, నవాబు, నవాసారం అనే మాటలలో “నవ” కి కొత్తదనంతో కాని, తొమ్మిదితో కాని, దురదతో కాని ఏ విధమైన సంబంధం ఉన్నట్లు తోచదు.

ఆశ్వయుజ శుద్ధ పాడ్యమి లగాయతు నవమి వరకు నడిచే కాలాన్ని నవరాత్రులు అంటారు. దీనినే దసరా అని కూడ అంటారు. “దశరాత్రి పండుగ” అనే సమాసానికి క్లుప్త రూపమే దసరా అని ఎంతమందికి తెలుసు? అంటే “నవరాత్రులు” లో చివరి రోజుని విజయదశమి అంటారా? ఇక్కడ ఎదో లెక్క తప్పింది!

శృంగారము, హాస్యము, కరుణము, వీరము, రౌద్రము, భయానకము, బీభత్సము, అద్భుతము, శాంతము - అనే తొమ్మిది రసములను నవరసములు అంటారు.

నవధాన్యాల పేర్లు: వడ్లు, ఉలవలు, పెసలు, మినుగులు, నువ్వులు, గోధుమలు, అనుములు, కందులు, సెనగలు.

నవరత్నాలు ఏవేవో నాకు ఇప్పటికి ఇదమితంగా తెలియదు. ఒకొక్క చోట ఒకొక్కలా ఉన్నాయి. ఈ సందిగ్ధతకి కారణం ఇంగ్లీషు పేర్లకి, తెలుగు (సంస్కృతం) పేర్లకి మధ్య పొత్తు లేకపోవడం. అమరకోశం ప్రకారం Emeralds అంటే పచ్చలు. కానీ గరుత్మతం, మరకతం, అశ్వగర్భం, హరిన్మణి అన్నా పచ్చలే. అనగా ఈ నాలుగూ పచ్చలలో రకాలో లేక “పచ్చలు” అన్న మాటకి నానాఅ ర్థాలో నాకు తెలియదు. అలాగే Rubies అంటే కెంపులు. ఈ కెంపులలో కూడా రకాలు ఉన్నాయి: శోణరత్నం, లోహితకం, పద్మరాగం. పగడం తెలుగు, ప్రవాళం సంస్కృతం. ముత్యం తెలుగు, మౌక్తికం సంస్కృతం. ఈ సందర్భంలో gem అంటే రత్నం కానీ మణి కాని అవుతుంది.

ఈ రకం వైవిధ్యతని మనస్సులో పెట్టుకుంటే, ఒక జాబితా ప్రకారం నవరత్నాలు ఇవి:: 1. వజ్రం (diamond), 2. వైడూర్యం (cat 's eye or lapis lazuli), 3. నీలం (blue sapphire), 4. గోమేధికం (topaz or onyx), 5. పుష్యరాగం (topaz), 6. గరుడ పచ్చ (emerald), 7. కెంపు (ruby), 8. పగడం (red coral), 9. ముత్యం, (pearl). ఇంగ్లీషులో చూస్తే, “these gems are 1. diamond, 2. chrysoberyl cat's eye, 3. blue sapphire, 4. orange hessonite garnet, 5. yellow sapphire, 6. emerald, 7. ruby, 8. red coral, and 9. pearl” అని ఉంది. నిజానికి ఆభరణాలలో వాడే విలువైన రాళ్ళు తొమ్మిది కంటే ఎక్కువే ఉన్నాయి!

నవగ్రహాలలో తొమ్మిదో గ్రహం అయిన ప్లూటో “గ్రహం కాదు” అని వాదించి దానిని గ్రహాల జాబితాలోంచి దింపేశారు. ప్లూటోకి ఈ దుర్దశ ఎన్నాళ్లు ఉంటుందో తెలియదుకాని, ఇటుపైన అల్లుడిని “జామాతా నవమ గ్రహః” అని అనాలో ఏమో అని నేను కంగారు పడ్డ మాట మాత్రం వాస్తవం. కాని

### 13. భారతీయ లెక్కింపు పద్ధతి

ఈ మధ్య ఒక స్నేహితురాలు పిలచి పెద్ద పెద్ద సంఖ్యలని భారతీయ పద్ధతిలో ఏయే పేర్లతో పిలుస్తారని అడిగారు. మంచి ప్రశ్నే!

ఈ రోజుల్లో ఏ పత్రిక తిరగేసి చూసినా ప్రభుత్వ, వ్యాపార రంగాలలో డబ్బు ఖర్చుల విషయం వచ్చేసరికి ఆరువందల వేల కోట్లు, 3,30,000 కోట్లు మొదలైన మాటలు తరచు కనిపిస్తున్నాయి. నేను చిన్నప్పుడు ఇరవై తొమ్మిది తరువాత "ఇరవై పది, ఇరవై పదకొండు, ఇరవై పన్నెండు అని లెక్కెట్టెస్తూ ఉంటే మా అన్నయ్య నా మూతి మీద వాత వేస్తానని బెదిరించేడు. ఇప్పుడు ఎవ్వరు, ఎవరి మూతి మీద ఏమి వెయ్యాలన్నది ప్రశ్న.

నేను చిన్నప్పుడు లెక్కలు చదువుకున్నప్పుడు లెక్కింపు పద్ధతి ఈ విధంగా వెళ్ళేది: ఒకట్లు (1), పదులు (10), వందలు (100), వేలు (1000), పదివేలు (10,000), లక్ష (1,00,000), పది లక్షలు (10,00,000), కోటి (1,00,00,000) పదికోట్లు (10,00,00,000). లెక్క ఇక్కడ ఆగిపోయేది; ఆ పైన లెక్క పెట్టవలసిన అవసరం అంతగా ఉండేది కాదు. ఆ రోజుల్లో లక్షాధికార్లు గొప్పవాళ్ళు; కోటిశ్వరులు నూటికో, కోటికో ఒకడు ఉండేవాడు. ఇప్పుడు లంచాలే కోట్ల మీద ఉన్నాయేమో అసలు ఖర్చులు గురించి మాట్లాడాలంటే ఇంకా పెద్ద సంఖ్యల అవసరం ఉంటుంది.

ప్రతీ విషయాన్నీ సైన్సు కోణం నుండి పరిశీలించి, కోడిగుడ్డుకి ఈకలు పీకి, అందరి చేతా అక్షతలు వేయించుకోవటం నాకు అలవాటయిపోయింది. పైన చూపెట్టిన సంఖ్యల పేర్లు చూడండి. ఒకటితో మొదలు పెట్టేం. తరువాత ఒకటి పక్క సున్న తగిలించిన వెంబడి వచ్చిన 10 ని "పది" అన్నాం. (ఈ 10 ని శాస్త్రంలో  $10^1$  అని రాస్తారు.) ఒకటి పక్క రెండు సున్నలు తగిలించిన తరువాత కొత్త పేరు తయారు చేసి "వంద" అన్నాం. (ఈ 100 ని శాస్త్రంలో  $10^2$  అని రాస్తారు.) ఒకటి తరువాత మూడు సున్నలు వస్తే మరొక కొత్త పేరు - "వెయ్యి" - పెట్టేం. (ఈ 1000 ని శాస్త్రంలో  $10^3$  అని రాస్తారు.) సున్నలు అలా వస్తూ ఉంటే కేశవ నామాలలా ఎన్ని పేర్లని పెడతాం? అందుకని వెయ్యి తరువాత సున్న చేర్చినప్పుడు కొత్త పేరు పెట్టకుండా "పది" అనే పూర్వ ప్రత్యయం తగిలించి "పది వేలు" (10,000 లేదా  $10^4$ ) అని పాత పేరునే మళ్ళా వాడేం. ఇప్పుడు మరొక సున్న తగిలించినప్పుడు "వంద వేలు"

(ఈ వాడుక లేకపోలేదు) అనకుండా "లక్ష" అని కొత్త పేరు పెట్టేం. ( $1 \text{ లక్ష} = 10^5$ ). ఆ తరువాత "పది" చేర్చి "పది లక్షలు" అని "లక్ష" ని తిరిగి వాడేం. ( $10 \text{ లక్షలు} = 10^6$ ). ఆ పైన మరొక కొత్త పేరు - కోటి - పెట్టేం. ( $1 \text{ కోటి} = 10^7$ ). తరువాత "పది కోట్లు" ( $= 10^8$ ).

ఈ బాణీ ప్రకారం నూరు కోట్లని "నూరు కోట్లు" ( $= 10^9$ ) అనకుండా కొత్త పేరు పెట్టాలి. కాని నాకు తెలుసున్నంత వరకు "నూరు కోట్లు" కి, "వెయ్యి కోట్లు" ( $= 10^{10}$ ) కీ కొత్త పేర్లు వాడుకలో లేవు; "కోటి" నే పదేపదే వాడి వంద కోట్లు, వెయ్యి కోట్లు "పదివేల కోట్లు" ( $= 10^{11}$ ) అనడం మొదలుపెట్టేం! వంద కోట్లని నిఖర్వం అనిన్నీ, పదివేల కోట్లు" ని "అర్బుదం" అనిన్నీ కొందరు అంటారు.

ఇక్కడనుండి మళ్ళా బాణీ మారుతుంది. అర్బుదం తరువాత మరొక సున్న తగిలించినప్పుడు "మహా" అనే పూర్వ ప్రత్యయం చేర్చటం, రెండు సున్నలు చేర్చినప్పుడు కొత్త పేరు పెట్టటం చేసేరు, మన వాళ్ళు. ఈ పద్ధతిలో అర్బుదం తరువాత "పది అర్బుదాలు" కాకుండా "మహార్బుదం" ( $= 10^{12}$ ) వస్తుంది. మరొక సున్న చేర్చినప్పుడు ఖర్వం ( $= 10^{13}$ ), తరువాత మహా ఖర్వం ( $= 10^{14}$ ), పద్మం ( $= 10^{15}$ ), మహా పద్మం ( $= 10^{16}$ ), మొదలైనవి. మన భారతీయ పద్ధతి వాడ దలుచుకుంటే 3,00,000 కోట్ల రూపాయలు అంటే  $3 \times 10^{12}$  లేదా 3 మహార్బుదాల రూపాయలు.

ఇప్పుడు ఒక ప్రశ్న, ఒక గమనిక.

ప్రశ్న: లక్ష రూపాయలు ఉన్నవాడిని లక్షాధికారి అంటాం కదా. కోటి ఉన్నవాడిని కోటీశ్వరుడు అంటాం. అర్బుదం రూపాయలు ఉన్నవాడిని ఏమనాలి? "అధికారి, ఈశ్వరుడు" కాకుండా మరొక ఉత్తర ప్రత్యయం కావాలనుకుంటే అర్బుదమంతుడు, ఖర్వమంతుడు, అని ఇప్పుడే అనేసుకుంటే ప్రత్యయాల కోసం తర్వాత వెతుక్కునే పనుండదు కదా!

గమనిక: తెలుగులో బహువచనం వాడినప్పుడు "లక్షలు," "కోట్లు," "మిలియన్లు," "బిలియన్లు" వగైరా అంటాం. కాని ఇంగ్లీషులోకి అనువాదం చేసినప్పుడు lakhs, crores, millions, billions అనరు; lakh, crore, million, billion అనే అంటారు. "నాలుగు లక్షల రూపాయలు" అన్న పదబంధాన్ని "four lakh rupees" అనే అనాలి. అలాగే "పది మిలియన్ల డాలర్లు" ని "ten million dollars" అనే అనాలి. కాని "లక్షల కొద్దీ లంచాలు ఇచ్చుకున్నారు" అన్నప్పుడు మాత్రం lakhs of rupees

## 17. సంఖ్యలలో రకాలు: నిష్ప, అనిష్ప, లోకోత్తర సంఖ్యలు

భిన్నాన్ని ఇంగ్లీషులో 'ఫ్రేక్షన్' (fraction) అంటారు. తెలుగులో కాని, సంస్కృతంలో కాని 'భిన్నం' అంటే 'మామూలుగా కాకుండా మరొక విధంగా' అని అర్థం; 'భాగం' అనే సూచనే లేదు. కాని ఇంగ్లీషులో మాత్రం 'ఫ్రేక్షన్' అంటే భాగం అనే అర్థం. తెలుగులో "భిన్నాలు" అంటే "మరొక రకమైన సంఖ్యలు" అనే అర్థం స్ఫురిస్తుంది కాని ఇక్కడ మనం "భాగం" అనే అర్థాన్నే తీసుకుందాం. ఏది ఏమయినా భిన్నం అంటే మనందరికీ తెలుసు కనుక ప్రత్యేకంగా ప్రయాస పడి నిర్వచనం చెప్పను.

భిన్నాలని ఎవరు ఎప్పుడు కనుక్కున్నారో ఎవ్వరికీ తెలియదు. కాని 'భిన్నం' అనగా 'భాగం' అనే భావన మానవుడి పుర్రెలో పుట్టినదే; అంటే, ఇది సహజమైన భావం కాదు, కల్పితమైన భావం. క్రీస్తు పూర్వం 1650 ప్రాంతాలదైన 'రిండ్ పపైరస్' (Rhind papyrus) లో  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$  వంటి ఏకలవ భిన్నాలకి (అంటే లవంలో 1 ఉన్న భిన్నాలు),  $2/3$  కి ప్రత్యేకమైన మాటలు కనిపిస్తాయి. మన తెలుగులో కూడ చూడండి,  $1/2$  ని అర అనీ,  $1/4$  ని పావు అనీ అంటాం. మూడు పావులు అని చెప్పాలంటే సంధి చేసి ముప్పావు అంటాం. తెలుగులో, నాకు తెలుసున్నంత వరకు,  $2/3$  కి గానీ, తదితర భిన్నాలకి గాని ప్రత్యేకమైన పేర్లు ఉన్నట్లు లేదు. ముప్పేట అంటే  $3/4$  అనే అర్థం వస్తుంది, కాని ఈ మాట కొబ్బరి కాయ ఎంత ముదిరిందో చెప్పడానికే వాడటం నా చిన్నతనంలో విన్నాను. కాని ఆంధ్రభారతి నిఘంటువులలో ఈ మాట లేదు.

### 17.1 నిష్ప సంఖ్యలు (Rational Numbers)

పూర్ణ సంఖ్యలని, భిన్న సంఖ్యలని గుత్తగుచ్చి వాటికి నిష్ప సంఖ్యలు అని ఒక కొత్త పేరు పెడదాం. 'నిష్ప సంఖ్యలు' అంటే లవము, హారము ఉండి నిష్పత్తి ని తెలియజేసేవి. ఇక్కడ ఇలా కొత్త పేరు పెట్టడంలో విజ్ఞత తరువాత అర్థం అవుతుంది. ఈ నిష్ప సంఖ్యలనే ఇంగ్లీషులో 'రేషనల్ నంబర్స్' (rational numbers) అంటారు – అంటే 'రేష్యో' (ratio) లేదా నిష్పత్తిని సూచించేవి. ('రేషనల్' అన్న ఇంగ్లీషు మాటకి రెండు అర్థాలు ఉన్నాయి: ఒకటి, తర్కబద్ధమైన అనిన్నీ, మరొకటి నిష్పత్తిని సూచించేది అనిన్నీ.) నిష్ప సంఖ్యలని ఉపయోగించి మనం కూడికలు, తీసివేతలు, గుణకారాలు,

భాగారాలు చేసినప్పుడు వచ్చే సమాధానం ఎల్లప్పుడూ నిష్ప సంఖ్యే అవుతుంది. అంటే అంకగణితం (arithmetic) చేసేటప్పుడు నిష్ప సంఖ్యలు సంవృతాలు. (Rational numbers are closed under arithmetic operations). అందుకనే నిష్ప సంఖ్యల గురించి మనం ఎంత నేర్చుకుంటే అంత మంచిది.

ఈ ఆధునిక యుగంలో అంకగణితం ఒక్కటి చెయ్యడం వస్తే సరిపోదని ఏ ఉన్నత పాఠశాల విద్యార్థిని అడిగినా తెలుస్తుంది. మన ప్రగతికి బీజగణితం (algebra) ఎంతో ముఖ్యం. బీజగణితంలో వర్గమూలం (square root) విలువ కట్టడం ఒక సర్వసాధారణమైన ప్రక్రియ. ఉదాహరణకి 2 యొక్క వర్గమూలం ఉరమరగా 1.414. ఉరమరిక లేకుండా నిక్కచ్చిగా రాయాలంటే 1 వేసి, దాని పక్క దశాంశ బిందువు పెట్టి, అటు తరువాత నిర్విరామంగా అలా అంతులేనన్ని అంకెలని వేసుకుంటూ పోవాలి. ఇటువంటి సంఖ్యలని ఏ రెండు పూర్ణాంకాల నిష్పత్తిలాగా రాయలేము. అంటే, వాటిని భిన్నాలుగా, లేదా నిష్ప సంఖ్యలుగా, రాయలేము. అంటే ఏమిటన్న మాట? మన 2 యొక్క వర్గమూలం పూర్ణ సంఖ్య కాదు, భిన్న సంఖ్య (లేదా నిష్ప సంఖ్య) కాదు. ఇదేదో కొత్త రకం సంఖ్య. బీజగణితంలో ఈ కొత్త రకం సంఖ్యలు కొల్లలుగా కనిపిస్తాయి. కనుక బీజగణితం చేసేటప్పుడు నిష్ప సంఖ్యలు సంవృత లక్షణం ప్రదర్శించటం లేదన్నమాట. సంవృతత్వం కావాలంటే సంఖ్యల పరిధిని మరికొంచెం పెంచాలి. ఈ పరిధిని పెంచటానికి కావలసిన కొత్త రకం సంఖ్యలని అనిష్ప సంఖ్యలు (irrational numbers) అంటారు. అంటే, “రేషనల్” కానివి. అంటే, నిష్పత్తిలా రాయటానికి లొంగనివి.

## 17.2 అనిష్ప సంఖ్యలు (Irrational Numbers)

అనిష్ప సంఖ్య అనే భావం మన అనుభవ పరిధికి అతీతమైనది. వీటిని ఇంగ్లీషులో ‘ఇర్రేషనల్’ (irrational) సంఖ్యలు అంటారు. ‘రేషనల్’ కానివి ‘ఇర్రేషనల్.’ ఇక్కడ ఈ ‘రేషనల్’ అన్న మాట ‘రేష్యో’ (ratio) అన్న మాటకి సంబంధించినది. ఒక నిష్పత్తి రూపంలో రాయగలిగే సంఖ్యలు నిష్ప సంఖ్యలు (rational numbers). ఒక సంఖ్యని నిష్పత్తి రూపంలో రాయలేని పక్షంలో ఆ సంఖ్య

## 20. ప్రధాన సంఖ్యలు (Primes)

గణితంలో ఉన్న ఒక ఉపశాఖని ప్రధాన సంఖ్యలు (prime numbers) అంటారు. ఈ ఉపశాఖలో కనబడే అందం మరెక్కడా లేదేమో అనిపిస్తుంది. గణితంలో ప్రావీణ్యం లేని వారు కూడ, గణితపు లోతులని తరచి చూసే సామర్థ్యం లేని వారు కూడ ఈ ప్రధాన సంఖ్యల అందచందాలని చవి చూడకపోతే జీవితంలో ఒక వెలితి మిగిలిపోయినట్లే. అద్భుతవశాత్తు ఈ ప్రధాన సంఖ్యలని చవి చూసి ఆనందించడానికి గణితం లోతుల్లోకి అతిగా వెళ్ళనక్కరలేదు.

ముందుగా 1, 2, 3, 4, .....వగైరాలతో మొదలు పెడదాం. వీటిని పూర్ణ సంఖ్యలు అంటారు. ఇవి అనంతమైనన్ని ఉన్నాయి. వీటిల్లో ఒక భాగం ప్రధాన సంఖ్యలు (prime numbers); ఇవి చాల ఆసక్తి రేకెత్తించే సంఖ్యలు.

పూర్ణ సంఖ్యలలో ఏవి ప్రధాన సంఖ్యలు?

ప్రధాన సంఖ్యలు 1 చేత గాని, తమ చేత కాని మాత్రమే నిశ్శేషంగా భాగించడానికి లొంగేవి అని నిర్వచనం. కానీ ఈ నిర్వచనానికి ఒక మినహాయింపు ఉంది: 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు.

ఉదాహరణకి 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ....., వగైరాలన్నీ ప్రధాన సంఖ్యలే. మరొక విధంగా చెప్పాలంటే ప్రధాన సంఖ్యలకి భాజకాలు (divisors) లేవు. అందుకని వీటిని అవిభాజ్య సంఖ్యలు అని కూడా అంటారు.

పైన చూపిన ప్రధాన సంఖ్యల జాబితాలో 2 కి ఒక ప్రత్యేకత ఉంది; ఇదొక్కటే ప్రధాన సంఖ్యలలో సరి సంఖ్య!

**End of Preview.**

**Rest of the book can be read @**

**<http://kinige.com/book/Okati+Rendu+Mudu+Anantam>**

**\* \* \***